PROPORCIONALIDAD

1. PROPORCIONALIDAD: QUÉ ES Y EN QUÉ CONSISTE

En ocasiones podemos oír o decir que una persona está muy bien proporcionada. También se usa esta expresión cuando se habla de arte (pintura, fotografía, escultura, arquitectura…), no es extraño, por ejemplo, decir de un edificio bonito que guarda unas buenas proporciones. En concreto, en la antigua Grecia, los artistas y los arquitectos estaban muy interesados por dar a sus obras unas medidas que resultaran bellas, atractivas. Encontraban atractivo que un edificio que tuviera 10 metros a lo ancho tuviese unos 6 metros de altura. Si el edificio lo imaginaban "el doble" de ancho (20 metros) para guardar la proporción también lo hacían "el doble" de alto (12 metros). Esa relación entre el 6 y el 10 es la misma relación que hay entre el 12 y el 20, por eso decimos que guardan la proporción, que son proporcionales.

Muchos siglos después, en el Renacimiento, Leonardo da Vinci, que seguía interesado por la belleza de esa relación entre 6 y 10, la llamó Sección Áurea. También se la conoce con el nombre de Proporción Divina. Desde entonces y hasta la actualidad se sigue usando porque nos parece atractiva. ¿Creéis que es casualidad que, por ejemplo, el carnet de identidad o las tarjetas de crédito actuales tengan prácticamente esa proporción?

En realidad, lo de la sección áurea es algo más complejo. La relación entre el 10 y el 6 es sólo una aproximación que utilizamos con afán didáctico. A la sección áurea se la conoce con distintos nombres: proporción áurea, razón áurea y sobre todo número de oro. Se representa al número de oro con la letra griega Φ (Fi), parece que en honor al escultor griego Fidias, que lo usó en sus obras. El valor del número de oro es:

Φ = 1,61803… (con infinitos decimales, que nunca se repiten)

En nuestra aproximación 10 : 6 = 1,6666…
La forma de expresar el número de oro sin decimales es:

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

En matemáticas expresamos una relación de ese tipo como una división o una fracción:

$$6 : 10 \quad \text{ó} \quad \frac{6}{10}$$

y la llamamos **razón de proporcionalidad**, o simplemente razón. El resultado de esta división es 0,6 (6 : 10 = 0,6). También 12 : 20 = 0,6 y por eso decimos que guardan la misma proporción, porque tienen la misma razón de proporcionalidad.

$$\frac{6}{10} = \frac{12}{20} = 0{,}6$$

Pero basta con entender que hay proporcionalidad cuando siempre que una magnitud (por ejemplo, el alto) aumenta el doble, de 6 a 12, la otra magnitud (el ancho) también aumenta el doble,de 10 a 20. Si una aumenta el triple la otra también aumenta el triple, o si una disminuye a la mitad la otra también disminuye a la mitad. Se puede ver en una tabla:

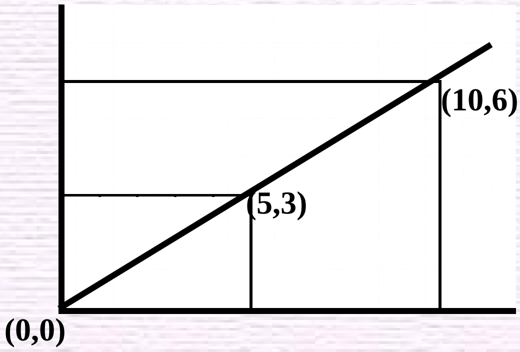
Longitud a lo alto	3	**6**	12	18	…
Longitud a lo ancho	5	**10**	20	30	…

Cuando al aumentar una magnitud aumenta de igual manera la otra magnitud, o al disminuir una de ellas disminuye de igual forma la otra, hablamos de **proporcionalidad directa,** tal y como se observa en el ejemplo anterior.

Otra forma de entender ésta proporción es como una función lineal. Si llamamos "x" a la longitud a lo ancho e "y" a la longitud a lo alto tendríamos la función:

$y = \frac{6}{10}x$ simplificando $y = \frac{3}{5}x$

cuya gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas y tiene una pendiente igual a 6/10.



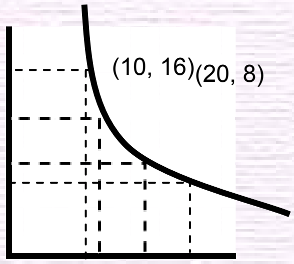
Pero también existe la **proporcionalidad inversa**; cuando aumenta una magnitud disminuye en la misma medida la otra magnitud, a más de una cosa menos de otra. Por ejemplo, si leo lentamente puedo tardar en leer una novela…, pongamos que 8 días. Si consigo leer el doble de rápido tardaré la mitad del tiempo, es decir, 4 días. También en este caso podemos construir una tabla para verlo mejor:

Velocidad lectora (páginas en una hora)	…	10	**20**	40	…
Tiempo dedicado (días)	…	16	**8**	4	…

Esta proporción inversa se puede entender como una función que da lugar a una curva denominada hipérbola. En este ejemplo si llamamos “x” a la velocidad lectora (páginas en una hora) e “y” al tiempo dedicado (días) tendríamos la función:

$$\frac{y}{8} = \frac{20}{x}$$

La curva se acercará mucho a los ejes de coordenadas pero nunca los tocarán.



Conviene aclarar que hablando de proporcionalidad el término aumentar es sinónimo de multiplicar (no de sumar) y el término disminuir es sinónimo de dividir (no de restar).

La proporcionalidad nos ayuda a entender muchas cosas que suceden a nuestro alrededor y sobre todo nos ayudan a predecir y dar respuesta a cuestiones que aparentemente son difíciles de solucionar.

Pongamos un ejemplo. Un vagón de metro subterráneo tiene una capacidad máxima aproximada de 150 pasajeros. En el Metro de Madrid pueden circular, según las circunstancias, trenes cortos con 4 vagones o trenes largos con 6 vagones. Para determinar qué tipo de tren se pone en circulación se observa la afluencia de público en determinados horarios.

En hora punta pueden coincidir 900 pasajeros, entre los que van en el tren y los que esperan en el andén. Para determinar el tipo de tren a utilizar se puede hacer el siguiente razonamiento: como la capacidad de cada vagón es de 150 pasajeros, para transportar a unos 900 pasajeros, que son 6 veces 150, conviene disponer de 6 vagones.

Se podría expresar, más formalmente, de alguna de estas formas:

pasajeros	150	900
vagones	1	6

$$\overset{\times 6}{\frac{150}{1} = \frac{900}{6}}$$

x 6

Si cogemos el metro a una hora más tranquila observaremos que hay menos pasajeros y no es necesario poner 6 vagones por tren. Si más o menos viajan la mitad de pasajeros, unos 450, nos bastaría con la mitad de vagones, es decir, 3.

Con más formalidad se podría expresar así:

pasajeros	900	450
vagones	6	3

$$\frac{900}{6} = \frac{450}{3} \qquad 900 \xrightarrow{:2} 450 \qquad 6 \xrightarrow{:2} 3$$

Claro que, aunque sean suficientes 3 vagones, se pondrán 4 vagones porque es lo que establece la compañía metropolitana para la composición de un tren corto.

2. PORCENTAJES Y OTRAS EXPRESIONES NUMÉRICAS SIMILARES

Antes de desarrollar este apartado hay que hacer una importante aclaración. Un porcentaje o tanto por ciento (al igual que un tanto por uno o un tanto por mil) se puede entender, en la práctica, de dos formas distintas.

Un porcentaje en realidad es tan sólo una manera de expresar una cantidad. El 50 % de los trabajadores de una empresa es una cantidad concreta de personas: la mitad del total. Un porcentaje, en este sentido, es estrictamente igual a una fracción:

$$50\ \% = \frac{1}{2}$$

Un porcentaje, lo mismo que una fracción, expresa una cantidad mediante dos números. 50 % significa 50 de 100, igual que ½ significa 1 de 2. Así entendido, un porcentaje tan sólo nos ofrece una información sin tener que hacer ningún cálculo con él. Lo mismo ocurre con otras expresiones similares como el tanto por uno o el tanto por mil, simplemente nos informan de una porción del total, de una parte de algo.

Sin embargo, es muy habitual también hallar "el tanto por ciento de una cantidad".

El 50 % de una docena de huevos es 6:

50 % de 12 = 6

Con las fracciones pasa lo mismo:

1/2 de 12 = 6

Aquí hemos realizado un cálculo porque aquí el porcentaje no nos da sólo una información sino que establece una relación de proporcionalidad con otra cantidad:

50 de 100 es igual que 6 de 12

Con fracciones, lo mismo:

1/2 es igual a 6/12

En resumen, cuando hablamos de porcentajes (o tantos por ciento) nos podemos referir en la práctica a dos cosas:

- Porcentaje como la expresión de una parte de un total (exactamente igual que una fracción) que sencillamente nos aporta una información. Al decir que el 60 % de las personas que viven en Galicia hablan gallego, no nos interesa saber cuántos gallegos hay en total ni el número concreto de personas que lo hablan, sino que son 60 de cada 100.
- "Hallar el porcentaje de algo". Se establece una proporción entre el porcentaje y otra cantidad. Requiere realizar un cálculo. El 60 % de personas que hablan gallego de un total de unos 2.750.000 gallegos es 1.650.000 personas "galegofalantes".

Como ya hemos dicho, podemos entender de forma análoga este doble significado en expresiones similares a un porcentaje, como son el tanto por uno o el tanto por mil. A continuación exponemos estas expresiones y sus aplicaciones en proporcionalidad, extendiéndonos más en los porcentajes por ser mucho mayor su uso.

2.1. TANTO POR UNO

En el ejemplo que anteriormente hemos puesto sobre el Metro en hora punta sabíamos cuántos pasajeros podían entrar en un vagón (cuántos hay en uno), pero en otras muchas ocasiones no sabemos cuántos hay en uno. Por ejemplo, en muchos contratos de trabajo ponen el salario anual que se va a cobrar. Si queremos saber cuánto nos corresponde en tres meses es muy útil saber primero cuánto cobramos en uno, para luego multiplicar por los tres meses. Esto se conoce como el “**tanto por uno**”.

Si el sueldo bruto anual es de 15.600 €, el sueldo bruto en un mes será de 12 veces menos dinero:

15.600 € : 12 meses = 1.300 € al mes.

Decimos que 1.300 es el tanto por uno. Ahora, sabiendo lo que cobramos en un mes (tanto por uno), es fácil saber cuánto nos corresponde en tres meses; basta con multiplicar por 3:

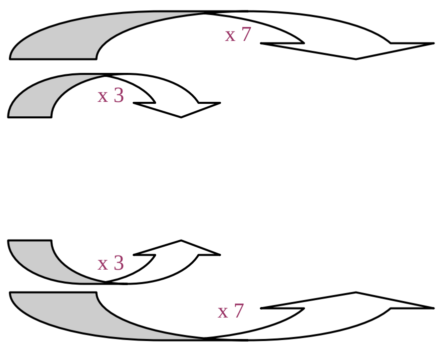
1.300 € x 3 meses = 3.900 €.

Expresado de una manera más formal sería:

Euros	15.600	1.300
Meses	12	1

$$\frac{15.600}{12} = \frac{1.300}{1}$$

Una vez hallado el tanto por uno es fácil hallar cualquier otra proporción que queramos:



2.2. EL TANTO POR CIENTO Y EL TANTO POR MIL

De forma similar a como hallamos el tanto por uno podemos calcular el tanto por cien o el tanto por mil:

Tanto **por uno**	La cantidad de una magnitud **en relación a uno** de la otra magnitud
Ejemplo	Una caja de 6 litros de leche son 4,80 €. Un litro sale a 0,80 €
Tanto **por ciento %**	La cantidad de una magnitud **en relación a cien** de la otra magnitud
Ejemplo	El 30 % de los vecinos de mi barrio son inmigrantes
Tanto **por mil ‰**	La cantidad de una magnitud **en relación a mil** de la otra magnitud
Ejemplo	En 1994 se dio la mayor tasa de enfermos de sida, un 0,19 ‰

El **tanto por mil** se emplea mucho menos y cuando se hace es para que la información se entienda mejor de esta forma y para evitar de paso, si es posible, los números decimales. Por ejemplo, si en España la tasa de inmigrantes es de 8,5 %, lo que significa que de cada 100 habitantes 8,5 son inmigrantes, se puede expresar sin decimales diciendo que de cada 1000 habitantes 85 son inmigrantes, es decir, el 85 ‰. Pero a veces la cantidad de la que hablamos es tan pequeña que incluso el tanto por mil tampoco la expresa adecuadamente. Por eso se usan otros índices; por ejemplo, es habitual en medicina y en temas relacionados con la salud usar la tasa por 100.000 o incluso la tasa por millón (1.000.000). Por ejemplo, la tasa de enfermos de sida en 1994 se entiende mejor si en vez de decir el 0,19 ‰ decimos que fue de 188,2 por millón.

Por otro lado, el **tanto por ciento** es un recurso tan extendido socialmente que merece en exclusiva un amplio apartado, como haremos a continuación.

2.3. PORCENTAJES

Los porcentajes son una de las sencillas cuestiones matemáticas que más se utilizan en la vida cotidiana por los ciudadanos y las ciudadanas (en el comercio, en lo económico, en los informativos, en la publicidad, en el deporte…, o en cualquier información o comunicación audiovisual). Esto ocurre así porque en muchas ocasiones necesitamos referirnos a una parte de un todo; y los porcentajes facilitan esta tarea denominando siempre como 100 al total.

Sin embargo, es llamativa la poca soltura con la que se manejan los porcentajes, aunque sean sencillos, por la mayor parte de la población, previamente escolarizada o no. Una posible explicación es que en la enseñanza básica se dedica muy poco tiempo a trabajar los porcentajes, sobre todo si se compara con las fracciones o los decimales. Y eso que las fracciones, a las que se dedica mucho tiempo en la escuela, se consideran socialmente como una forma muy complicada de representar las partes de una cantidad. Todos coinciden es que es más fácil usar los decimales o los porcentajes y por eso son éstos los que aparecen casi exclusivamente en los medios de comunicación en lugar de las fracciones.

Pero la falta de dominio de los porcentajes no mejoraría sólo dedicándoles más tiempo en la escuela, sino tratándolos de otra manera. Es habitual, en el ámbito escolar, trabajar los porcentajes con posterioridad a las fracciones y los decimales, incluso en cursos distintos, como si se tratara de temas no relacionados (al menos esa sensación puede tener quien lo estudia).

Sería más práctico trabajar los porcentajes, los decimales y las fracciones a la vez, resaltando que son tres formas de expresar lo mismo y que su uso depende de lo que nos interese en cada situación, si bien resulta más rentable dedicar el mayor esfuerzo a lo que se utiliza con más frecuencia. Por eso un orden de prioridad adecuado para estos contenidos, en la Educación de Personas Adultas, teniendo en cuenta el uso cotidiano que se hace de ellos, sería el siguiente: porcentajes, decimales y por último fracciones.

2.3.1. Cuál es el significado de un porcentaje y las formas equivalentes de expresar un porcentaje

La palabra “porcentaje” viene de la expresión “por ciento”. Se dice indistintamente ‘**porcentaje**’ o ‘**tanto por ciento**’, y gráficamente se expresa con el signo “ **%** ”, que se lee “por ciento”. Al igual que una fracción, un tanto por ciento expresa una cantidad mediante dos números. Sólo que en una fracción cada uno de los dos números puede ser un número cualquiera, mientras que en tanto por ciento el primer número puede variar pero el segundo número siempre es fijo: 100.

Con un sencillo ejemplo se verá mejor lo que expresa cada uno de los dos términos. Una persona adulta tiene la idea clara de lo que es “la mitad” de algo, por ejemplo de una barra de pan: tiene que partir la barra de pan en 2 partes iguales y una de las dos partes es la mitad. Imaginemos que la barra es grande y se puede partir en rebanadas finas para tostar. Si salen 100 rebanadas iguales, la mitad son 50 rebanadas. Numéricamente esto se puede representar con una fracción, con un porcentaje o con un número decimal.

Fracción	Porcentaje	Decimal
$\frac{1}{2}$ ó $\frac{50}{100}$	50 %	0,5 ó 0,50
Un medio ó 50 de 100	Cincuenta por ciento ó 50 de 100	Cero con cinco ó cero con cincuenta (la mitad de 1)

Todas estas expresiones nos indican lo mismo: “la mitad”, en nuestro caso la mitad de una barra de pan (media barra o el 50 % de la barra).

A partir de aquí es fácil entender cualquier otro porcentaje: cuanto más se acerque al 100% mayor será la porción, cuanto más se acerque al 0 % será menor.

Casi todas las cantidades se pueden expresar mediante una fracción, un decimal o un porcentaje. Esta flexibilidad permite que, dependiendo de la situación, podamos emplear una u otra forma según nos interese.

Por ejemplo, hay muchas bebidas que se distribuyen en envases de un tercio de litro, es decir, tienen un capacidad de un 33 % del volumen de un litro. Sin embargo la información que aparece en el envase nunca es “1/3 de litro”, sino que suele aparecer 33 cl ó 0,33 l. Como información al consumidor están bien estas segundas formas de expresión pero para hacer determinados cálculos puede que nos interese otra. Esto se debe a que 0,33 es una aproximación a 1/3 y, aunque es una buena aproximación, pierde algo de información. Si queremos pasar a decimales la fracción un tercio, tenemos que 1/3 = 0,333333333333333… y nunca acabaríamos. Haciendo una tabla comparativa podremos observar el efecto:

Expresión	Cantidad en litros	En un brik de 24 envases	En 90 envases	En una producción de 180.000 envases
Fracción	1/3	1/3 x 24 = **8** litros	1/3 x 90 = **30** litros	1/3 x 180.000 = **60.000** litros
Decimal	0,33	0,33 x 24 = **7,92** litros Una diferencia de 8 cl no es casi nada, un sorbito	0,33 x 90 = **29,7** litros Nos dejamos 0,3 litros, que es casi un envase de menos	0,33 x 180.000 = **59.400** litros ¡Es una diferencia de 600 litros!
Porcentaje	33%	33 % x 12 = **792 %** de litro Cuesta entender este resultado	33 % x 90 = **2970 %** de litro No se entiende nada	33 % x 180.000 = **5.940.000 %** Absolutamente incomprensible

Un empresario que saque un beneficio de más o menos 1 € por envase, ¿con qué expresión hará los cálculos?

Sin embargo, en el día a día no hacemos estos cálculos y la información se nos hace un poco antipática expresada en fracciones, por lo que usamos habitualmente los porcentajes y los decimales. Ahora bien, desde un punto de vista educativo, lo que nos interesa es manejar con soltura cualquiera de estas expresiones numéricas, sobre todo las que más se emplean.

Una estrategia interesante para hallar el porcentaje de una cantidad determinada, o su expresión decimal equivalente (tanto por uno), o su expresión como fracción consiste en asociar las principales expresiones, las más sencillas, las más habituales, y acostumbrarse a alternarlas, aprendiendo a calcular el resultado con soltura:

porcentaje	decimal	fracción	algunas formas rápidas de hallar el resultado
Hallar el **5 %**	**0,05**	**1/20**	es dividir entre 2 y luego dividir entre 10
Hallar el **10 %**	**0,10 = 0,1**	**1/10**	es dividir entre 10
Hallar el **20 %**	**0,20 = 0,2**	**1/5**	es dividir entre 5
Hallar el **25 %**	**0,25**	**1/4**	es dividir entre 4 (entre 2 y otra vez entre 2)
Hallar el **33 %**	**0,33**	**1/3**	es dividir entre 3
Hallar el **50 %**	**0,50 = 0,5**	**1/2**	es dividir entre 2
Hallar el **66 %**	**0,66**	**2/3**	es dividir entre 3 y multiplicar por 2
Hallar el **75 %**	**0,75**	**3/4**	es dividir entre 4 y multiplicar por 3 o dividir entre 2, lo que da entre 2 y sumar los dos resultados

A esta selección hay que ir añadiendo otros porcentajes que se utilicen habitualmente o aquellos que calculamos con destreza. La calculadora nos ayudará en los más laboriosos. A continuación vamos a ahondar en esta cuestión.

2.3.2 calcular el porcentaje de una cantidad

Cualquier persona adulta tiene nociones sobre el cálculo de porcentajes y es seguro que sabe resolver al menos ciertos porcentajes que le sean más cómodos (por ejemplo, calcular el 10% de 50 €). Lo que nos interesa es comprender y dominar una forma general de resolución de cualquier porcentaje, donde se acomode bien la que ya sabíamos y nos aporte más soltura.

La tabla anterior puede ser un buen inicio para adiestrarse **mentalmente** en el cálculo de porcentajes. Vamos a ver ahora cómo se puede calcular cualquier porcentaje **con lápiz y papel**.

Hay que recordar que un porcentaje expresa una determinada parte de 100 y se puede escribir como una fracción cuyo denominador es 100. Por ejemplo, el porcentaje 30 % se puede escribir:

$$30\ \% = \frac{30}{100}$$

Si queremos comprarnos en rebajas una chaqueta de 80 €, marcada con el 30 % de descuento, podríamos hacerlo así:

$$\frac{30}{100} \text{ de } 80\,€ = \frac{30}{100} \times 80\,€ = \frac{30 \times 80\,€}{100} = \frac{2400\,€}{100} = 24\,€$$

Como la chaqueta costaba antes 80 € y hay que descontar 24 €, tendremos:

80 € - 24 € = 56 € nos cuesta ahora la chaqueta.

Esto también se puede ver en una tabla, donde se aprecia claramente que se trata de una proporción:

Si nos descuentan 30 en un total de 100,
¿cuánto nos descontarán si el total es de ochenta euros?:

descuento	30	?
total	100	80

Basta con multiplicar la diagonal en la que están el 30 y el 80 y dividirlo entre 10:

(30 x 80 €) : 100 = 2400 € : 100 = 24 €

Una vez sabido el descuento se lo aplicamos al precio original, como hemos visto antes.

Esto es un caso concreto de la famosa regla de tres. Lo único que en este caso hay siempre un término fijo que es el 100. Más adelante generalizaremos la regla de tres aplicada a cualquier proporción.

Pero los porcentajes no siempre nos indican descuentos, muchas veces indican incrementos. Por ejemplo, estamos acostumbrados a que nos apliquen a cualquier compra el I.V.A. (Impuesto sobre el Valor Añadido). El tipo general del 16 % es el más habitual. En el precio final de muchos productos nos indican que ya está incluido el IVA. Pero en otras ocasiones hay que sumárselo al precio del producto o del servicio recibido.

Como resulta muy útil también hallar porcentajes usando adecuadamente la **calculadora**, vamos a ilustrar el caso en el que el porcentaje incrementa un precio, utilizando para esto la calculadora. Imaginemos que vamos a comprar una lavadora de 539 € a la que hay que añadir el IVA (16 %). Hay que seguir los siguientes pasos:

1º Se escribe el número al que se quiere aplicar el porcentaje.

539

2º Se pulsa la tecla "por"

539	x

3º Se escribe el número del porcentaje

539	x	16

4º Se pulsa la tecla "%".

(En algunas calculadoras hay una tecla especial para el "%". En otras es la misma que la tecla "=", aunque previamente hay que pulsar una tecla de cambio de modo)

539	x	16	%

y aparece el resultado

86,24

En casi todas las calculadoras si después de calcular el porcentaje de una cantidad pulsamos la tecla "más" (+) aparecerá directamente la suma de la cantidad más el porcentaje.

539	x	16	%	86,24	+	→	625,24

Por lo tanto el precio final de la lavadora (incluido el IVA) es de 625,24 €.

De manera análoga si en vez de pulsar la tecla "más" (+) pulsamos la tecla "menos" (-) la calculadora descontará automáticamente a la cantidad señalada el porcentaje aplicado.

Si retomamos el ejemplo del descuento del 30 % en la chaqueta de 80 €, aparecerá esto:

80	x	30	%	24	-	→	56

Es decir, que el precio final, después de aplicado el descuento del 30 %, es de 56 €.

Ahora bien, si se tienen que hallar muchos porcentajes existe una forma más rápida de hacerlo con calculadora. Tan sólo hay que tener claro cómo se pone en forma decimal un porcentaje. Siguiendo con el ejemplo del IVA, el 16 % es lo mismo que decir en forma decimal 0,16. Basta con multiplicar 0,16 por la cantidad a la que se aplica el porcentaje (lavadora: 539 €):

539	x	0,16	=	→	86,24

Si queremos añadir directamente el impuesto al precio de la lavadora tenemos que multiplicar por 1,16. En forma de porcentaje, 1,16 es el 116 %. El 100 % corresponde al precio del producto y el 16 % al IVA:

539	x	1,16	=	→	625,24

En el caso del descuento, volviendo al ejemplo del 30 % en la chaqueta de 80 €, hay que multiplicar por 0,70; 100 % de la chaqueta menos 30 % de la rebaja es igual a 70 %, en forma decimal 0,70:

80	x	0,70	=	→	56

Con un poco de práctica, es una forma rápida y sencilla de calcular un porcentaje.

3. REGLA DE TRES

Pocas cuestiones matemáticas son tan renombradas en la vida cotidiana como la regla de tres. Se puede oír nombrarla con su significado de proporción: "*es una sencilla regla de tres…*" o "*se hace la regla de tres…*". Pero también se emplea con un significado algo diferente: "*por esa regla de tres…*" es como si dijésemos "*por pura lógica…*" o "*siguiendo esa forma de pensar…*"

Aquí nos centraremos en la **regla de tres directa** porque es la que más se utiliza (aunque también se pueden hacer reglas de tres inversas, compuestas…) y es la que mejor se aprende. Lo que ocurre es que a veces se aprende de una forma tan sólo mecánica y cuando varía un poco la situación nos desorientamos, o en ocasiones nos resulta algo complicado resolver las operaciones que se plantean.

Al hablar de cómo se halla el porcentaje de una cantidad (que es un caso concreto de regla de tres) hemos visto algunas formas rápidas de calcular. Ahora ocurrirá lo mismo, habrá algunas reglas de tres que sean más cómodas de calcular y se puedan hacer mentalmente y otras que requieran lápiz y papel o incluso calculadora.

Lo que nunca hay que olvidar es que una regla de tres es una proporción en la que sabiendo tres datos podemos averiguar el cuarto dato. Da igual que lo pongamos en forma de tabla, en forma de igualdad de fracciones o como escribiendo un razonamiento, siempre consiste en hallar un dato a partir de otros tres datos conocidos.

Por ejemplo, si al darme una ducha de 5 minutos gasto 40 litros de agua, un día que tarde 7 minutos, ¿cuántos litros de agua gastaré? Esta proporción se puede expresar de varias formas:

Agua (litros) 40 ?

$$\frac{\quad}{40} = \frac{\quad}{x}$$

5 minutos es a 40 litros
como 7 minutos es a x

Pero sea cual sea la forma de expresar la proporción siempre se cumple una propiedad fundamental: el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

medios

Tiempo (minutos)	5	7
Agua (litros)	40	?

extremos

medios

$$\frac{5}{40} = \frac{7}{x}$$

extremos

5 minutos ---- es a ---- 7 minutos
como 40 litros ---- es a ---- x

medios extremos

si en 5 minutos ---- gasto ---- 40 litros
en 7 minutos ---- gasto ---- x

medios extremos

Es decir: 5 x **?** = 40 x 7 ó también 5 x **x** = 40 x 7

Por lo tanto $\mathbf{x} = \dfrac{40 \times 7}{5} = \mathbf{56}$ litros de agua consumiré en 7 minutos.

Se comprueba que 5 x 56 = 40 x 7

o lo que es lo mismo 280 = 280

De forma práctica, para resolver una regla de tres conviene seguir los siguientes pasos:

PASOS A SEGUIR PARA RESOLVER UNA REGLA DE TRES		
Paso 1	Colocamos los datos en cuatro esquinas. Da igual que se haga en forma de tabla, de igualdad entre fracciones o como un razonamiento.	**5** minutos ---- es a ---- **7** minutos como **40** litros ---- es a ---- **x** ó $\frac{5}{40} = \frac{7}{x}$
Paso 2	Distinguimos en qué diagonal (extremos o medios) está el dato que queremos averiguar.	$\frac{5}{40} = \frac{7}{x}$
Paso 3	Elegimos la otra diagonal en que hay 2 datos conocidos y los multiplicamos	$\frac{5}{40} = \frac{7}{x}$ **40 x 7 = 280**
Paso 4	Dividimos el resultado entre el único dato conocido de la primera diagonal	**280 : 5 = 56**
Resumen	El dato que queremos averiguar es igual al producto de los dos datos de la diagonal contraria, dividido entre el dato de la diagonal propia	$X = \frac{40 \times 7}{5} = 56$

La regla de tres es un método para hallar un dato de los cuatro de una proporción pero no es el único, aunque sea muy utilizado. Hay otras formas, como la ya mencionada anteriormente de encontrar primero el tanto por uno y a partir de ahí cualquier otra proporción. También a veces, cuando una proporción es múltiplo de otra, se encuentra fácilmente el número que multiplicando o dividiendo las relaciona, como hemos visto al inicio de este documento.

4. REPARTO PROPORCIONAL

Imaginemos que para fomentar el uso del transporte público se dieran unas ayudas familiares para la adquisición de abonos de transporte. Si dividimos directamente el total del dinero disponible entre el número de familias no estamos teniendo en cuenta el tamaño de cada familia. Tendríamos que considerar el número de miembros de cada familia a la hora de hacer el reparto. De esta forma se reparte en vez de por familias, que no tienen por qué ser iguales, entre personas, que sí tienen como criterio la igualdad de derechos entre sí; aunque luego, por simplificar, se dé la ayuda correspondiente a la familia. Esta forma de repartir se conoce como **reparto proporcional**.

Pongamos un ejemplo sencillo. Contamos con total de 600 € para ayuda al transporte que hay que repartir entre cinco familias: los García (que son cuatro miembros), los Martínez (que son dos), los El Hajjaji (que son seis), los Gruszka (que son tres) y los Rodríguez (que son cinco).

Si dividimos el total del dinero entre cinco familias tocaría cada una a 120 €:

600 € : 5 familias = 120 €

Pero no estaríamos teniendo en cuenta el número de miembros de cada familia. Tenemos que hacer un reparto proporcional al número de miembros de la familia. De esta forma encontramos un nuevo criterio para el reparto que hace que sean otros los elementos entre los que hay que repartir la ayuda:

600 € : 20 personas = 30 € por cada persona.

Una vez que sabemos lo que le corresponde a cada persona (30 €) multiplicamos por el número de miembros de cada familia para saber cuál es la ayuda familiar.

Todo este proceso se puede reflejar en la tabla siguiente:

Familia	Miembros	Fracción	Decimal	Porcentaje	Ayuda
Los García	**4**	4/20	0,2	20 %	**120 €**
Los Martínez	**2**	2/20	0,1	10 %	**60 €**
Los El Hajjaji	**6**	6/20	0,3	30 %	**180 €**
Los Gruszka	**3**	3/20	0,15	15 %	**90 €**
Los Rodríguez	**5**	5/20	0,25	25 %	**150 €**
TOTAL	20	20/20	1,00	100 %	600 €

BIBLIOGRAFÍA

ALSINA, C. Y FORTUNY, J.M. (1993): *Las matemáticas del consumidor*. Barcelona: Generalitat de Catalunya.

CORBALÁN, F. (1995): *La matemática aplicada a la vida cotidiana".* Barcelona: Editorial Graó.

FERRER, V. Y OTROS (1991): *Matemáticas para personas adultas. Línia Oberta.* Valencia: Generalitat Valenciana. Conselleria de cultura, educació i ciència.

FIOL, M.F. Y FORTUNY, J.M. (1990): *Proporcionalidad directa. La forma y el número.* Madrid: Editorial Síntesis

GONZÁLEZ, M.J.; HERNÁNDEZ, C.; MONTERO, B.; PLAZA, P. Y RUBIO, C. (1996): *Razón de más. Material para trabajar la proporcionalidad con personas adultas*. Madrid: Escuela Popular de Oporto.

PLAZA, P.; GONZÁLEZ, M.J.; MONTERO, B. Y RUBIO, C. (2004): *Matemáticas críticas y transformadoras en la educación de personas adultas.* Málaga: Ediciones Aljibe.