# CONOCIMIENTO DE LOS NÚMEROS

## 1. ¿CONOCIMIENTO DE LOS NÚMEROS?

En el sorteo de Lotería Nacional del 6 de enero de 2006, conocido como el Sorteo de “El Niño” (de gran tradición popular), se extrajo cantando una bola de cada uno de los siguientes bombos para formar el Primer Premio, o sea, “El Gordo”:

| **Bombo** | Decenas de millar | Unidades de millar | Centenas | Decenas | Unidades |
|---|---|---|---|---|---|
| **Bola** | el seis (6) | el cero (0) | el seis (6) | el cinco (5) | el siete (7) |

Y entre aplausos se oyó decir:

**Sesenta mil seiscientos cincuenta y siete**
Dos millones de euros en cada serie.

En seguida se puso en un tablón:

**60.657**
2.000.000 €

Lo repitieron todas las radios y salió en todas las noticias de todas las cadenas de televisión (y en sus teletextos). Al día siguiente se publicó en todos los periódicos. También se incluyó en numerosas páginas de Internet. Y junto a él, el resto de los premios.

Ante este despliegue mediático, ¿podemos afirmar que tienen importancia los números?

Esto no pasa de ser una anécdota simpática en comparación con la abrumadora presencia de los números en nuestras vidas: Despertadores y todo tipo de relojes, teléfonos fijos o móviles, pisos y portales, líneas de autobús o metro, paneles informativos y señales de tráfico, listas de precios y tablas horarias, ofertas y propaganda comercial, cajero automático y ordenador, juegos de mesa y juegos de azar, tallas de ropa y calzado, gasolinera y cuentakilómetros, matrículas de coches y movimientos del banco, turno de la compra o del médico, recetas de cocina o prospectos de medicamentos, calendario y monedero, entradas de cine o billetes de tren, tarjeta de crédito y DNI, termómetros y básculas, contador del agua y microondas… Por no hablar de toda la información que recibimos por un amplísimo abanico de medios de comunicación. Números y números por todas partes, sin necesidad de ir a buscarlos expresamente a ninguna escuela.

Para cualquier persona adulta entender los números (y operar con ellos) es una necesidad permanente; es así, en la actualidad y a lo largo del tiempo, en todas las culturas. Se puede "vivir" sin saber leer o escribir la lengua que se habla, pero no se puede vivir con un mínimo de independencia sin conocer los números y sin saber contar y sumar. Es prácticamente imposible encontrar analfabetismo numérico absoluto entre personas adultas que se valgan por sí mismas, aunque sean analfabetas letradas absolutas. Esto es así porque, a diferencia de los niños, las personas adultas tienen asimilada la correspondencia biunívoca entre números y objetos y saben que el concepto de número es invariable en el espacio y en el tiempo.

El primer paso que hay que dar con las personas que acuden a la EPA no es insistir en la noción de número (que ya la tienen) sino en desentrañar el sistema numérico posicional en base diez que usamos en la actualidad en todo el planeta. Estamos tan familiarizados con él y nos parece tan evidente que tenemos la tendencia a considerar este sistema decimal como una aptitud innata del ser humano, cuando su creación ha seguido una trayectoria histórica de muchos siglos y su aprendizaje personal requiere un duro esfuerzo inicial (no hay más que recordar las 'mates' de cuando éramos pequeños…).

El sistema de numeración que empleamos ha sido un invento humano tan impresionante que merece que le dediquemos unas palabras.

## 2. UNA PINCELADA DE HISTORIA

Aunque sólo sea porque en muchos monumentos encontramos la fecha de su realización en números romanos, podemos deducir que los números no siempre se han expresado y escrito como lo hacemos en la actualidad. Esta es la primera cuestión a tratar.

A lo largo de la historia ha habido **sistemas de numeración** que se denominan **aditivos**. Se caracterizan porque se van añadiendo símbolos hasta completar la cantidad deseada. Por ejemplo, los romanos para escribir el número tres no utilizaban un signo específico sino que acumulaban el signo del uno hasta llegar a tres ( III ), o para treinta y dos acumulaban el signo del diez hasta llegar a treinta y añadían luego el signo de uno hasta llegar a dos ( XXXII ). Era, no obstante, un sistema muy elaborado que tenía reglas para su uso correcto.

Usaron sistemas de numeración aditivos las culturas egipcia, sumeria, hitita, cretense, azteca, romana y también, usando para los signos letras (numeraciones alfabéticas), los griegos, armenios, judíos y árabes.

Sin embargo, han sido más eficaces otros **sistemas de numeración** conocidos como **posicionales**. Se caracterizan porque el valor que representa cada cifra depende de la posición que ocupa dentro del número. En el ejemplo del gordo de El Niño (60.657) aparece en dos ocasiones la cifra 6, pero no hay que sumar para que dé 12; el primer 6 tiene por su posición el valor de 60.000 y el segundo seis, también por la posición que ocupa, tiene el valor de 600.

Las primeras culturas que utilizaron numeraciones posicionales fueron la india, la babilónica, la maya y la china, aunque ésta última es en realidad una forma híbrida donde se combinan el principio aditivo con el principio multiplicativo.

Una segunda cuestión a considerar es que en todas las culturas, al empezar a contar, lo hacían con la ayuda de dedos, guijarros, marcas, nudos…, pero siempre se presentaba el mismo problema: en algún momento parecía que se llevaban contabilizados suficientes elementos para agruparlos con una señal distintiva y así poder controlar mejor cuántos iban. Casi siempre cuando se llegaba a diez se formaba un grupo que era el primer elemento de un orden distinto, superior (en nuestra forma de contar al reunir diez unidades se forma una decena; la decena es el orden superior a las unidades). Esto es lo que se conoce como “**base**” de la numeración. El que haya habido tanta coincidencia en elegir el 10 (sistema en **base 10** ó **sistema decimal**), en culturas de distintos lugares y épocas, parece debido a algo común a todas ellas: los 10 dedos de las manos. Sin embargo, se han desarrollado otros sistemas con distinta base. Por ejemplo, la cultura babilónica usaba, además de la base 10, la base 60; de ella conservamos aún, por ejemplo, la forma de contar ciertos periodos de tiempo: una hora son 60 minutos y un minuto son 60 segundos. En cambio, la cultura maya usaba la base 20 con la base 5 como auxiliar. También se ha utilizado la base 12, todavía usamos la docena para contar huevos por ejemplo, e incluso hay quien defiende que propiciaría un sistema más cómodo y práctico que el decimal. En la actualidad se utiliza en la programación informática de los ordenadores un sistema de numeración en base 2 ó sistema binario y también se emplea la base 8.

Una tercera cuestión decisiva para el desarrollo de nuestro actual sistema es la **invención del cero**. Muchos consideran que el cero es la principal contribución de la India a la cultura universal. En cualquier caso, fue una invención revolucionaria. Los indios no sólo introdujeron el símbolo del cero, también usado por los mayas, sino el concepto mismo de cero como ausencia de cantidad, como valor del vacío (paradójicamente contar lo incontable).

En resumen, la adopción de una notación posicional y la invención del cero (con la ayuda de una elección de base razonable, aunque valdría cualquier otra base) han sido los pasos críticos en la evolución de los sistemas de numeración hasta llegar a nuestro sistema actual.

Este sistema posicional, y el cero, fue inventado en la India y trasmitido a Europa por los árabes (por esto llamamos a nuestras cifras indo-arábigas). Con sólo diez símbolos el sistema puede representar cualquier número por grande que sea y simplificar enormemente la forma de efectuar las operaciones (imagina la dificultad de hacer una multiplicación con números romanos). Pero esto supuso un verdadero conflicto de intereses: Antes era una muy bien formada elite la que se encargaba de realizar todo tipo de cálculos y la forma de resolverlos resultaba complicadísima para el resto de la población. Estos profesionales del cálculo, los “abacistas” (por referencia al ábaco) y el poder al que representaban (especialmente la Iglesia Católica), se opusieron fortísimamente al nuevo sistema porque tenía que ser un método necesariamente diabólico el que permitiese efectuar las operaciones de forma tan sencilla. ¡Y al alcance de cualquier persona!

A pesar de la feroz y larga resistencia, la evidente superioridad del sistema hizo que se abriera paso. Gracias a su forma eficaz de numerar y efectuar cálculos ha propiciado en los últimos cinco siglos, y especialmente desde la revolución francesa, el desarrollo comercial, el avance científico y la democratización en el uso de los números y el cálculo. En la actualidad, en el mundo se hablan centenares de lenguas diferentes pero se utiliza el mismo sistema de numeración, aunque los algoritmos concretos puedan variar de un lugar a otro.

## 3. EL TRABAJO SOBRE EL CONOCIMIENTO DE LOS NÚMEROS EN LA EPA

Las personas adultas ya tienen el concepto de número adquirido, por lo que el primer paso que hay que dar en las aulas de EPA es el de desentrañar el sistema numérico posicional en base diez que se utiliza actualmente. La tarea consiste en hacer ver que los números que ya construyen y utilizan nuestras alumnas y nuestros alumnos participan de unas reglas, y que conociendo y dominando esas reglas van a poder construir más números y van a manejarlos mejor. El que una persona adulta no recuerde o domine este sistema no quiere decir que no tenga el suyo propio; y en él tenemos que apoyarnos. Su sistema suele tener una estrecha relación con el uso cotidiano de billetes y monedas, por lo que resulta muy rentable vincular el cálculo aritmético cotidiano con el cálculo escolar expresado en símbolos numéricos. El uso del dinero es un importante saber extraescolar que ha de servir de eje del tratamiento escolar de la aritmética en la EPA.

Las personas adultas sin formación académica suelen utilizar un sistema aditivo-multiplicativo en base diez. Por ejemplo, para pagar 156 € no sería extraño que pensaran así:

Tres billetes de 50 € más tres monedas de 2 €

$$(50 \times 3) + (3 \times 2)$$

(que, como se puede apreciar, es una suma de multiplicaciones).

Dado que el principal problema no es la base sino el valor posicional de las cifras en un número, este debe ser nuestro trabajo prioritario.

En los niveles básicos de la EPA no es muy rentable enredarse mucho con los nombres de unidades, decenas, centenas… Ya los números al nombrarlos nos dan pistas de cómo es su escritura y nos guían sobre el lugar que ocupan sus cifras.

## 3.1. CÓMO SE ESCRIBEN Y CÓMO SE LEEN LOS NÚMEROS

Para escribir un número lo primero a tener claro es que casi basta tan sólo con saber escribir tres cifras ordenadamente. El orden dentro de este grupo de tres cifras, que llamaremos ‘tripleta’, lo podemos descubrir por el sonido.

Partamos de lo que sabemos. Todas las personas adultas sabemos cómo suenan los dígitos de nuestro sistema: uno (también ‘un’), dos,  tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve (el cero no suena cuando se nombra un número natural). Pues bien, siempre que al decir un número se oiga uno de estos nombres invariablemente nos indica que su lugar es el de la derecha en la tripleta.

Por ejemplo, del gordo de El Niño escojamos la terminación de sus tres últimas cifras. Al nombrarlas oiremos *‘seiscientos cincuenta y siete’.* El ‘siete’ (7) tiene que estar en el lugar más a la derecha (a efectos prácticos el reintegro), por el orden en cómo lo leemos y por su sonido.

También es habitual contar de diez en diez: diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta y noventa. Ahora se complica un poco porque hay que asociar cada nombre a un dígito que se colocará en el lugar central de la tripleta: diez con 1, veinte con 2, treinta con tres…

En la terminación *‘seiscientos cincuenta y siete’* suena ‘cincuenta’, por lo que pondremos el dígito 5 en el lugar central.

Algo parecido ocurre cuando contamos de cien en cien; tenemos que asociar el cien con el 1, el doscientos con el 2…, el quinientos con el 5…

En nuestra terminación oímos ‘seiscientos’, por lo que tendremos que colocar el 6 en el primer lugar de la tripleta, el primero por la izquierda.

**Seiscientos cincuenta y siete**

**6 5 7**

Para leer números más largos nos ayudamos de un punto que separa esta tripleta de la de su izquierda. Ese punto suena ‘mil’.

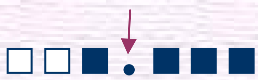
Por otro lado, no siempre tiene que haber tres sonidos completando la tripleta. Cuando un lugar no tiene ninguna cantidad su valor es nada; no se oye nada que corresponda a esa posición y ponemos un cero (que es el valor de nada). Una salvedad, nunca empezamos un número natural por cero aunque esté la tripleta incompleta.

En nuestro ejemplo de la lotería se oye ‘*sesenta mil seiscientos cincuenta y siete*’. El ‘mil’ será un punto que separa dos grupos de cifras.

En el primer grupo (antes del ‘mil’) sólo oímos ‘sesenta’, por lo que colocaremos un 6 en el lugar central de ese grupo. No oímos nada antes, pero no podemos empezar el número por 0 (no pondremos nada a la izquierda del 6, la tripleta no estará completa). A su derecha tampoco suena nada, por lo que pondremos un cero.

Después del ‘mil’ lo que suena ya lo sabemos escribir, lo hemos hecho antes.


El objetivo cuando oigo ‘mil’ es imaginar un esquema de este tipo:



Conforme nos vamos familiarizando con las tripletas podemos usar agrupaciones conocidas que simplifiquen el trabajo. Por ejemplo, si ya conocemos bien el número 25, al oír 625 pondríamos, sin tener que discriminar cifra por cifra:

**6 25**

(suena ‘seiscientos’ suena el grupo significativo ‘veinticinco’)

Esto es especialmente importante al escribir algunos números muy comunes que no suenan como deberían: 11 (‘once’ en lugar de ‘dieciuno’), 12 (‘doce’ en vez de ‘diecidós’) y de igual forma 13 (trece), 14 (catorce) y 15 (quince).

Como lo más importante es distinguir las tripletas y dominar su escritura tenemos que insistir en lo fundamental que es trabajarlas en el aula, siendo generosos con el tiempo dedicado a esta tarea.

Como se puede comprobar, no ha sido necesario nombrar en ningún momento las unidades, las decenas, las centenas, las unidades de mil o las decenas de mil. Esto tampoco quiere decir que no haya que nombrarlas, más aún, más adelante será útil para economizar descripciones lingüísticas. Tan sólo queremos mostrar que al principio no es necesario cargar con conceptos cuando a partir de lo que se sabe y se oye se puede alcanzar lo que nos proponemos.

De forma similar podemos enfocar el proceso inverso, es decir, la lectura de números.

## 3.2. GRANDES NÚMEROS

Los números pueden ser más grandes, por supuesto. Llegados a este punto tenemos que tomar algunas decisiones estratégicas sobre cómo seguir.

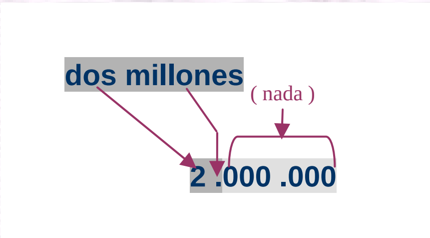
Por un lado, no merece la pena en la EPA gastar el tiempo haciendo ejercicios de escritura de números larguísimos que nunca se van a encontrar en la vida cotidiana, aunque una vez que se comprende el sistema se puede escribir cualquier número imaginable. ¿Alguien suele ver escrito con todas sus cifras, por ejemplo, el número 57.967.453, salvo en el presupuesto de algunas obras municipales? La primera decisión debería ir encaminada a redondear los números grandes, de manera que se mantenga su significado sin perdernos en detalles que no aportan información relevante. Como orientación podemos convenir en redondear a partir de las cuatro cifras (salvo en la lotería, claro, donde los detalles son decisivos).

Por otro lado, hay números grandes que, aunque no se utilicen en el día a día, se nombran con cierta frecuencia y es conveniente tener una idea acertada de lo que son, como los millones. La decisión en este caso es trabajar los millones pero redondeando, es decir, sin preocuparnos del detalle de las cifras de orden inferior.

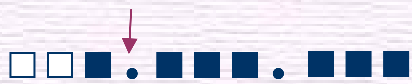
Para esto tenemos que seguir desentrañando un poco más el sistema. Hay que recordar que las cifras de un número, de cualquier número, hay que agruparlas de tres en tres empezando por la derecha. Hemos visto que para separar la primera tripleta de la segunda tripleta que se forma ponemos un punto que se nombra ‘mil’. Pues bien, si el número es más grande y tiene más de seis cifras, se formarán más de dos tripletas. Ahora, para separar la segunda tripleta de las cifras que forman la tercera tripleta se coloca un nuevo punto que en este caso se lee ‘millones’ o ‘millón’. Antiguamente, en vez de poner un punto para señalar los millones se ponía un 1 pequeñito en su lugar.

Sigamos con nuestro ejemplo de la lotería. El gordo estaba premiado con dos millones de euros por serie; muchísimo dinero que requiere un número también muy grande. Pero sólo suenan dos palabras ‘dos’ y ‘millones’, ¿cómo lo escribimos?
Suena el dígito simple ‘dos’, por lo tanto tiene que escribirse en el primer lugar a la derecha de una tripleta. Antes del ‘dos’ no se dice nada, entonces no escribimos nada a su izquierda, aunque quede esa tripleta incompleta con tan sólo una cifra.

Después se oye ‘millones’, por lo que pondremos un punto que separe el ‘dos’ de las siguientes tripletas a la derecha. A continuación ya no se dice nada, pero a la derecha sí se pone cero cuando el valor es nada. Por lo tanto pondremos una tripleta compuesta por tres ceros, luego el punto de mil y finalizamos con otra tripleta de tres ceros, aunque ninguno de los seis ceros se nombra y por tanto tampoco el punto de mil.




En este caso el objetivo cuando oigo ‘millones’ es imaginar un esquema de este tipo:



Pero comprender el sistema numérico no es sólo escribir y leer los números; supone aprehenderlos, captar su significado, conocer su tamaño, y eso en la vida cotidiana sólo se puede hacer si detrás de cada número hay una magnitud que dé sentido a la cantidad, nunca un número solo. Los números cuantifican días, euros, kilómetros, segundos… y un número concreto expresa algo grande o algo pequeño dependiendo de la unidad que tenga detrás. Por ejemplo, ‘dos millones’ varía tremendamente su significado si digo dos millones de milímetros o dos millones de euros o dos millones de hectáreas quemadas (lo que equivale a la superficie total de Galicia). Además hay que compararlos con otros números conocidos, o con el total al que nos referimos, o con otros datos que sean personalmente significativos para quien utiliza el número. Esto es fundamental para que los números adquieran sentido y sirvan para cuantificar.

## 3.3. LOS NÚMEROS DECIMALES

En los niveles básicos de la EPA, durante muchos años, no parecía adecuado trabajar los números decimales porque no se utilizaban habitualmente en la vida cotidiana. Es cierto que aparecían esporádicamente como mera información, por ejemplo en tiempos de pruebas deportivas (décimas, centésimas…), o implicaban algún cálculo, como por ejemplo los intereses bancarios. Pero estas apariciones puntuales no compensaban el dedicar un tiempo al trabajo sistemático de los decimales en el aula. Si acaso se recurría a la calculadora si se veía necesario.

Este planteamiento ha cambiado porque han cambiado las condiciones de la realidad del día a día con la implantación del euro. Sin embargo, esto, además de una exigencia de actualización, también ha traído como positivo la familiarización con los números decimales que antes no existía.

También en esta ocasión la clave está en utilizar el dinero (ahora las monedas) para entender el significado de la expresión numérica que empleamos. Hay que entender que unos céntimos sueltos son menos de un euro entero y por eso los céntimos se ponen a continuación de la cantidad de euros enteros que haya, separados por una ‘coma’ (,). Como esto se ve todos los días, su comprensión no tendría que suponer una dificultad excesiva. Es recomendable, eso sí, limitarnos a trabajar con dos cifras decimales, por similitud con los céntimos. Esto se ve reforzado porque habitualmente empleamos los decimales cuando hablamos de dinero, mientras que en otras situaciones se expresa la parte de algo utilizando fracciones (la mitad del depósito del coche, un cuarto de litro de leche, tres cuartos de kilo de fruta…).

Siguen valiendo la recomendación de usar la calculadora para resolver las operaciones con números decimales y recurrir al redondeo cuando las cifras decimales sean más de dos.

Por otro lado, nombrar el lugar que ocupa cada cifra decimal (décima o centésima) no es imprescindible al principio. Al igual que el nombre de otros ordenes de magnitud (unidad, decena, centena…) se puede iniciar su uso más adelante, cuando nos sirva para economizar explicaciones y siempre que no suponga un tedioso aprendizaje que dificulte el uso de los números.

## BIBLIOGRAFÍA

CORBALÁN, F. (1995): *La matemática aplicada a la vida cotidiana".* Barcelona: Editorial Graó.

FERRER, V. Y OTROS (1991): *Matemáticas para personas adultas. Línia Oberta.* Valencia: Generalitat Valenciana. Conselleria de cultura, educació i ciència.

IFRAH, G. (1994): *Las cifras. Historia de una gran invención.* Madrid: Alianza Editorial.

PLAZA, P.; GONZÁLEZ, M.J.; MONTERO, B. Y RUBIO, C. (2004): *Matemáticas críticas y transformadoras en la educación de personas adultas.* Málaga: Ediciones Aljibe.