ESTIMACIÓN Y CÁLCULO MENTAL

Intentar transmitir una información numérica con absoluto detalle, con perfecta exactitud, es a veces imposible, otras complicado y otras muchas veces no interesa. Es conveniente y muy útil manejar datos aproximados, estimaciones; pero no sólo por comodidad sino para que esos datos alcancen su doble objetivo comunicativo: transmitir fielmente el mensaje y ser comprendidos.

En ocasiones se nos plantea la necesidad de estimar ante la presencia de grandes números o bien ante números decimales pequeños. También necesitamos estimar cuando no tenemos a mano medios materiales de apoyo, como útiles de cálculo (tablas, calculadora…) o útiles de medida.

En cualquier caso, viene muy bien estimar por tres importantes razones. Primero, por una cuestión de claridad numérica, es decir, para que la información que trasmite el número sea más fácil de comprender (casi siempre se logra redondeando el número). Segundo, para facilitar el cálculo; bien sea para comprender mejor el cálculo que estamos realizando o, bien, para facilitar o hacer más eficiente el trabajo posterior con los resultados obtenidos. Tercero, porque se recuerdan mejor los números; si se lee que la guerra de Irak ha costado por el momento 200.000 millones de dólares nos acordamos mejor que si nos dicen un número con todas sus cifras, por ejemplo 213.786 millones de dólares.

Estimar consiste en hacerse una idea aproximada, aunque apropiada, de un dato o resultado numérico, o de la medida de una magnitud (longitud, superficie, volumen, tiempo, masa, dinero…) o de la relación entre magnitudes. Por ejemplo, podemos estimar que un palmo de la mano de una persona adulta equivale a 20 cm, o que dos campos de fútbol son aproximadamente una hectárea.

Aquí nos centraremos en la estimación aritmética, es decir, la relacionada con los números y con los resultados de calcular con esos números, dejando la estimación de la medida para otro lugar.

Al estimar podemos ayudarnos de distintos instrumentos, como el lápiz y el papel o la calculadora, aunque es interesante destacar que basta con nuestra mente como única herramienta. Por eso hay una estrecha relación entre la estimación aritmética y el llamado cálculo mental. Aquí desarrollaremos, por tanto, estrategias de estimación y algoritmos de cálculo (cálculo mental tan sólo o cálculo con apoyo material, como lápiz y papel o pizarra).

Previamente al desarrollo de las estrategias y los algoritmos, queremos situar la cuestión en un esquema que comprenda los pasos a seguir cuando hacemos estimaciones. El esquema sería el siguiente:

1. Problema de cálculo que requiere una estimación

2. Elección del **proceso de estimación** adecuado

3. **Estimación**

* Se basa en…

La **preparación** de los **datos** y/o La **preparación** de la **operación** mental

* Se ayuda de…

El uso de buenos **algoritmos**

4. Resultado estimado

5. Valoración del resultado

ESTRATEGIAS DE ESTIMACIÓN

Las estrategias de estimación que se usen están en estrecha relación con el conocimiento que se tenga de ellas y la soltura en su uso. Podemos distinguir, con fin explicativo, tres procesos generales de estimación, aunque en las situaciones concretas y reales en las que se precisan es usual combinarlas. Estos tres procesos son:

- REFORMULACIÓN

  Reformular significa modificar los datos para que sean más manejables en las operaciones. Pero quede claro que se modifican los datos sin variar las operaciones.

- TRASLACIÓN

  Una traslación implica cambiar algo en las operaciones (el orden, el tipo de operación...)

- COMPENSACIÓN

  Compensar significa intentar neutralizar un error cometido al modificar los datos iniciales, mediante otro error en sentido contrario, bien sobre otros datos o sobre el resultado.

A su vez, en cada uno de ellos se pueden distinguir diversos tipos:

* REFORMULACIÓN

PRIMEROS DÍGITOS: Se basa en el uso de las cifras más significativas (las primeras que nos interesen por la izquierda). A partir de una cifra elegida por conveniencia los dígitos por la derecha se hacen 0. Hay dos técnicas fundamentales (prácticamente cualquier aproximación se hace así):

REDONDEO:

- Si la cifra que se quiere redondear es 0,1,2,3 ó 4, se rebaja su valor a 0. (Se dice que es un redondeo por defecto, el valor aproximado resultante de la reformulación es menor que el valor absoluto del número).

Por ejemplo, el redondeo a las decenas del número 123 es 120; el 3 de las unidades se sustituye por el 0.

- Si la cifra que se quiere redondear es 5,6,7,8 ó 9, se aumenta en una unidad el orden superior. (Redondeo por exceso, la reformulación es mayor que el valor absoluto del número).

Por ejemplo, el redondeo a las decenas del número 176 es 180; el 6 de las unidades aumenta a 10, por lo que el 6 se sustituye por 0 y el 7 pasa a ser 8.

Vamos a ver otros ejemplos con números más grandes:

- Para redondear 14.829 a las unidades de mil, aumentamos el 4 a 5 porque la cifra de la derecha, que es la primera que no nos interesa considerar, es un 8 y por tanto el redondeo es por exceso a 15.000.

- Si queremos redondear a la unidad de millón el número 32.178.309, la primera cifra que no nos interesa considerar es la centena de mil, como es un 1 pasa a ser 0, y el redondeo será 32.000.000.

TRUNCAMIENTO:

Consiste en cortar una expresión numérica en un lugar particular, manteniendo a la izquierda las cifras más significativas y reemplazando el resto de cifras por ceros.

El resultado siempre es menor que el valor absoluto del número.

Por ejemplo, truncar el número 1.987 a partir de las centenas es convertirlo en 1.900. Elegimos mantener la unidad de millar (el 1) y la centena (el 9), y cambiar las que quedan a la derecha por ceros.

Es una estrategia más práctica y sencilla, pero más inexacta que el redondeo. En la multiplicación puede distorsionar mucho el resultado.

Sin embargo, se utiliza mucho cuando nos encontramos con números grandes, resultando muy útil.

Si una obra pública cuesta 18.755.892 € es muy correcto truncarlo a 18.000.000 € y recordar que son 18 millones de euros.

Conviene dejar claro lo que se entiende por ***CIFRAS SIGNIFICATIVAS***: son aquellas que mantienen su valor posicional, es decir, las que no se sustituyen por ceros.

En el truncamiento se ve más fácilmente; al cortar un número (por ejemplo de 3.867 a 3.800), las cifras que quedan a la izquierda (el 3 y el 8) son las cifras significativas (dos cifras significativas), mientras que las de la derecha del corte han perdido su valor, las hemos anulado. Pero hay casos, en el redondeo, que pueden confundirnos.

Pondremos varios ejemplos:

- Como ya hemos visto, el redondeo de 1.743 a las decenas es 1.740. Se han mantenido las tres primeras cifras por la izquierda: el 1 (millar), el 7 (centena) y el 4 (decena), luego el redondeo mantiene 3 cifras significativas (la cuarta cifra, la unidad, se ha sustituido por un 0). Este ejemplo parece claro.

- Otro ejemplo: el número 1.748 redondeado a la decena es 1.750. Se ve claro que se mantienen el 1 (millar) y el 7 (centena); igualmente vemos que el 8 (unidad) se ha anulado. La duda puede surgir con la decena, ya que el 4 lo hemos cambiado por 5. Pero, aunque aquí la decena ha sufrido un ajuste, no ha perdido su valor posicional, no se ha anulado. Por tanto, este redondeo (de 1.748 a 1.750) mantiene tres cifras significativas.

- Un ejemplo más: el número 1.702 redondeado a la decena es 1.700. Aquí también está claro que las dos primeras cifras por la izquierda mantienen su valor. Sin embargo, aunque las otras dos cifras son 0, no tienen el mismo significado: el 0 de las decenas mantiene su valor original, mientras que el 0 de las unidades es el resultado de anular el valor del 2. Por lo tanto este redondeo (de 1.702 a 1.700) mantiene también tres cifras significativas.

- Otro ejemplo más: Si ahora redondeamos el número 1.709 a la decena, obtenemos el 1.710. Seguro que entendemos que la única cifra a la que hemos anulado su valor es el 9 (la unidad), mientras que las otras tres cifras mantienen su valor, si bien en las decenas hemos hecho un ajuste (de 0 a 1) motivado por el propio redondeo. Así resulta que, en este caso, también se mantienen tres cifras significativas en el número redondeado.

- Pongamos un último ejemplo con números grandes. Si truncamos el número 235.700 manteniendo tres cifras significativas, quedaría el número 235.000; si sólo queremos dos cifras significativas quedaría 230.000.

Cuanto más grande es el número podemos prescindir de más cifras, siempre que mantengamos un mínimo adecuado de cifras significativas (suelen ser suficientes dos o tres, como veremos más adelante):

- el número 29.887.948 truncado a partir de las unidades de millón sería 29.000.000, manteniendo dos cifras significativas. Si utilizamos ahora otro procedimiento como el redondeo y queremos tres cifras significativas, es decir redondeo a las centenas de mil, tendremos 30.000.000 (por el ajuste propio del redondeo las tres cifras significativas, que con un truncamiento serían 298..., pasan a ser 300...).

SUSTITUCIÓN:

Se aplica cuando un dato es complicado para efectuar operaciones con él; sin embargo, la dificultad desaparece si se usa un valor relativamente próximo. Se hace dos formas:

1. Se emplea para conseguir números próximos a los exactos pero que permitan, entre sí, una operación más fácil. Se busca que entre dichos números haya cierta afinidad, que sean "compatibles".

   Por ejemplo, si tengo que dividir 253 entre 6, puedo sustituir 253 por 240, de manera que la división sea 240 entre 6 (240 : 6 = 40), que es mucho más fácil por la afinidad entre 240 y 6.

Es muy útil si no necesitamos mucha precisión. Hay que aclarar que la sustitución no es un redondeo ni un truncamiento; es distinto, lo que hacemos en el ejemplo es buscar un número más o menos cercano al que tenemos, el 253, y elegimos, en este caso, el 240 porque es divisible por 6.

2. Se sustituyen los datos por aproximaciones que permitan cálculo rápido. Veamos cuatro casos frecuentes.

Primero, sustituir fracciones por decimales;

Por ejemplo, 13/25 + 9/28 ≈ 0,5 + 0,3 = 0,8.

Segundo, sustituir porcentajes por decimales;

Por ejemplo, 47% de 30 ≈ 0,5 x 30 = 15.

Tercero, sustituir porcentajes por fracciones;

Por ejemplo, 22% de 25 ≈ 1/5 x 25 = 5.

Cuarto, sustituir decimales por fracciones;

Por ejemplo, 0,52 de 28 ≈ ½ de 28 = 14.

* TRASLACIÓN

Es un procedimiento que consiste en producir un cambio sobre las operaciones que se realizan para la solución de un problema. Aunque la traslación afecta sólo a las operaciones es habitual que se dé en combinación con algún tipo de reformulación de los datos. Hay varias formas de producir el cambio en las operaciones:

1. **Cambio de orden en las operaciones.**

Imaginemos, por ejemplo, un problema. Para una comida familiar necesito mitad de cuarto de pasta por cada comensal. Espero que nos juntemos 11 personas. Como toda la pasta no me cabe en una cacerola, busco recipientes por casa y encuentro tres que me valen. ¿Cuánta pasta tengo que echar más o menos en cada recipiente? La solución del problema se podría plantear, formalmente, así:

(125 g x 11 personas) : 3 recipientes.

Pero para una estimación rápida es mejor (mediante reformulación y traslación) lo siguiente:

125 g x (12 personas : 3 recipientes) = 125 g x 4 = 500 g en cada recipiente.

2. Cambio de una operación por otra equivalente.

Por ejemplo, sabemos que el agua se paga trimestralmente. Para controlar el gasto me fijo en lo que consumo cada mes. El primer mes gasto 7,24 metros cúbicos (7.240 litros); el segundo mes 6,73 metros cúbicos (6.730 litros); el tercer mes 6,92 metros cúbicos (6.920 litros). ¿Aproximadamente cuánto gasto cada mes de media?
El planteamiento, formal, sería:

(7.240 litros + 6.730 litros + 6.920 litros) : 3 meses.

Pero es más rápido cambiar el tipo de operación (una multiplicación en lugar de una suma de sumandos iguales, previa la reformulación de los datos) así:

(7.000 litros x 3 mediciones) : 3 meses = 7.000 litros aproximadamente cada mes.

*** COMPENSACIÓN**

Procedimiento para neutralizar un error provocando otro error en sentido contrario. Siempre se realiza durante una reformulación o una traslación.

1. Compensación de los datos, durante la estimación (es lo más usual).

2. Compensación del resultado, al finalizar el cálculo.

El número de posibles casos que se pueden dar es tan grande que hace inviable, en unas pocas líneas, detallar con ejemplos cada uno de ellos. No obstante, pongamos un ejemplo como muestra: El médico me ha aconsejado habituarme a dar paseos diarios para mejorar la salud. Tengo cerca de casa un bulevar peatonal que tiene algo más de medio kilómetro (sobre el mapa salen 573 metros). Lo recorro ocho veces al día. ¿Qué distancia recorro diariamente?

El planteamiento formal sería:

573 m x 8 paseos = 4.584 metros recorro al día.

Se podrían hacer muchas estimaciones distintas. Por ejemplo truncando el primer factor:

500 m x 8 paseos = 4.000 metros, que sabemos que es una aproximación por defecto. Serán más de cuatro kilómetros.

Podemos intentar compensar reformulando (redondeo) en sentido contrario el otro factor:

500 x 10 paseos = 5.000 metros.

El redondeo de 8 a 10 es claramente por exceso, por lo que no sería extraño que nos hayamos pasado un poco. Sería normal pensar que recorro cinco kilómetros o algo menos. Parece que no nos desviamos demasiado al estimar ¿no?

ALGORITMOS

Una característica importante de la Estimación es que permite alcanzar un resultado con rapidez (característica que se une a la fiabilidad del resultado y a su fácil comprensión). Ahora bien, sólo se puede alcanzar una razonable rapidez si hay previamente un entrenamiento en destrezas sencillas y prácticas de cálculo, sobre todo de cálculo mental.

Los algoritmos son los procedimientos y los recursos que empleamos para operar. Si conocemos unos buenos algoritmos y nos entrenamos en su práctica mejoraremos mucho nuestra capacidad de estimar.

Sin pretender ser exhaustivos (para ahondar en el tema se puede consultar la bibliografía), vamos a ver aquí algunos ejemplos de algoritmos para las cuatro operaciones básicas:

*** ALGORITMOS DE LA SUMA**

1. **Descomposición – recomposición.**

Consiste en descomponer los números en busca de una nueva composición que facilite la operación. Hay dos casos importantes:

- Ceder unidades de un orden para alcanzar otro orden superior (buscar el 10, el 100, el 1.000...)

Por ejemplo, quitar de uno para mejorar el otro:

9 + 7 = 9 + (1 + 6) = (9 + 1) + 6 = 10 + 6 = 16

- Operar por separado los distintos órdenes de magnitud (unidades, decenas, centenas...):

321 + 546 = (300 + 20 + 1) + (500 + 40 + 6) = (300 + 500) + (20 + 40) + (1 + 6) =
= 800 + 60 + 7 = 867

2. **Subtotales.**

Consiste en asociar los datos a conveniencia favoreciendo que aparezcan subtotales más manejables:

7 + 6 + 5 + 7 + 2 = (((7 + 7) + 6) + 5) + 2 = ((14 + 6) + 5) + 2 = (20 + 5) + 2 = 25 + 2 = 27

3. **Sumar cifras que completen 10**

Es un caso particular del apartado anterior “subtotales”

8 + 4 + 5 + 2 + 6 = (8 +2) + (4 + 6) + 5 = 10 + 10 + 5 = 25

Suman 10: 1 y 9; 2 y 8; 3 y 7; 4 y 6; 5 y 5.

* ALGORITMOS DE LA RESTA

1. **Del sustraendo al minuendo.**

   Como cuando se dan las vueltas de una compra:

   400 – 376: de 376 al 380, 4; de 380 al 400, 20. Total: 4 + 20 = 24

2. **Del minuendo al sustraendo.**

   Es el procedimiento inverso:

   315 – 296: de 315 al 300, 15; de 300 a 296, 4. Total: 15 + 4 = 19

3. **Descomposición – recomposición.**

   Similar a la suma.

4. **Complementarios de 10, 100...**

   Similar a la suma.

   10 – 7 = 3

* ALGORITMOS DE LA MULTIPLICACIÓN

1. **Mediante sumas reiteradas.**

   En casos sencillos:

   15 x 6 = (15 + 15) + (15 + 15) + (15 + 15) = 30 + 30 + 30 = 90

2. **Descomposición – recomposición**

   6 x 42 = 6 x (40 + 2) = (6 x 40) + (6 x 2) = 240 + 12 = 252

   7 x 16 = 7 x (8 x 2) = (7 x 8) x 2 = 56 x 2 = 112

* ALGORITMOS DE LA DIVISIÓN

1. Por restas reiteradas del divisor.

27 : 13

27 – 13 = 14;

14 – 13 = 1.

El cociente es 2 porque hemos restado dos veces 13, y el resto 1.

2. Mediante sumas reiteradas del divisor.

145 : 35

35 + 35 = 70

70 + 35 = 105

105 + 35 = 140

140 + 5 = 145

El cociente es 4 porque hemos sumado el 35 cuatro veces, y el resto 5.

3. Descomposición – recomposición del dividendo o divisor

375 : 25 = (300 + 75) : 25 = (300 : 25) + (75 : 25) = 12 + 3 = 1

Cuando el divisor es producto de factores simples: 2, 3, 5... se facilita dividiendo primero uno y luego otro:

90 : 6 = 90 : (2 x 3). Primero 90 : 2 = 45. Segundo 45 : 3 = 15.

¿CÓMO PODEMOS SABER SI ES BUENA UNA APROXIMACIÓN?

Una forma sencilla de apreciar si es buena una aproximación es conocer si la distancia entre el valor exacto de un dato numérico y su valor aproximado es grande o pequeña.

Otra forma de saber hasta qué punto es buena una aproximación es determinar su "porcentaje de aproximación".

Pero antes, para entender mejor estos conceptos, aclaremos algunos términos:

- **Valor exacto**. Puede referirse a un número o a la medida de una cantidad, pero en cualquier caso es un valor único. El valor exacto es el que es.

- **Valor aproximado**. Se expresa en relación al valor exacto. El valor aproximado no es único, puede haber múltiples valores aproximados respecto a un valor exacto. El valor aproximado es una representación del valor exacto.

Ante un dato numérico sería interesante saber si expresa un valor exacto o un valor aproximado. Por ejemplo, 3,14 puede ser un valor exacto cuando expresa el precio, digamos, de un producto (3,14 € he pagado por unos filetes de pollo), pero es un valor aproximado cuando nos referimos con él al famosos número π (pi), porque en realidad el número π tiene infinitas cifras decimales.

Entre el valor exacto y el valor aproximado hay una distancia, una diferencia, a la que se llama **error absoluto** (no significa que estemos totalmente equivocados). Se le llama así para diferenciarlo del error relativo, que es la razón, el cociente, entre el error absoluto y el valor exacto.

El error absoluto es un indicador sencillo para saber si hacemos una buena aproximación: cuanto más pequeño es el error absoluto mejor será la aproximación.

Por ejemplo, si un día doy un paseo de 48 minutos puedo decir en números redondos (valor aproximado) que he andado 50 minutos. En este caso cometo un error absoluto de 2 minutos por exceso (por exceso significa que el valor aproximado es mayor que el exacto). Si otro día el paseo dura 51 minutos también puedo establecer como valor aproximado 50 minutos. Ahora el error absoluto es de 1 minuto, esta vez por defecto (porque el valor aproximado es menor que el exacto). La mejor aproximación es la del segundo día porque el error absoluto es menor (1 minuto del segundo día frente a 2 minutos del primer día).

Otro indicador muy interesante para saber si es buena una aproximación es, como ya anunciamos antes, el **porcentaje de aproximación**, que nos indica el grado de aproximación entre el valor exacto y un valor aproximado. Este porcentaje se calcula a partir del error absoluto:

$$\text{Porcentaje de aproximación} = \frac{\text{Error absoluto} \times 100}{\text{Valor aproximado}}$$

Siguiendo el ejemplo anterior, el primer día caminé 48 minutos. El valor aproximado lo establecí en 50 minutos por lo que el error absoluto es de 2 minutos. El porcentaje de aproximación es:

$$\text{Porcentaje de aproximación} = \frac{2 \text{ (error absoluto)} \times 100}{50 \text{ (valor aproximado)}} = 4\ \%$$

El segundo día caminé 51 minutos y también establecí como valor aproximado 50 minutos. En este caso el error absoluto es de 1 minuto, y su porcentaje de aproximación es:

$$\text{Porcentaje de aproximación} = \frac{1 \text{ (error absoluto)} \times 100}{50 \text{ (valor aproximado)}} = 2\ \%$$

Queda de manifiesto que la aproximación del segundo día es mejor: 2% frente al 4%. Cuanto menor es el porcentaje de aproximación mejor es esa aproximación. En este ejemplo el resultado es muy claro, ya que nos lo anunciaba el error absoluto (1 minuto frente a 2 minutos).

Pero a veces el error absoluto no aclara, por sí solo, las cosas. Por ejemplo, si al darme una ducha gasto 38 litros de agua puedo redondear a un valor aproximado de 40 litros por lo que cometo un error absoluto de 2 litros. Si para llenar una piscina familiar hinchable gasto 998 litros puedo decir que aproximadamente he gastado 1.000 litros de agua, por lo que el error absoluto es de 2 litros. En ambos casos el error absoluto es el mismo: 2. Ahora bien, es fácil comprender que no son igual de importantes 2 litros en una ducha de 40 litros que 2 litros en una piscina de 1.000 litros. Pues bien, esto es lo que determina el porcentaje de aproximación. En el caso de la ducha tenemos:

$$\text{Porcentaje de aproximación} = \frac{2\ (\text{error absoluto})\ \times\ 100}{40\ (\text{valor aproximado})} = 5\ \%$$

En el caso de la piscina:

$$\text{Porcentaje de aproximación} = \frac{2\ (\text{error absoluto})\ \times\ 100}{1.000\ (\text{valor aproximado})} = 0{,}2\ \%$$

En el ejemplo de la piscina hemos hecho una mejor aproximación que en el ejemplo de la ducha, porque el porcentaje de aproximación es menor en el primer caso que en el segundo (0,2% frente a 5%).

Comprender el significado del porcentaje de aproximación es útil no sólo para saber si es buena una aproximación, también nos va a servir para establecer una valiosa regla práctica de carácter general para redondear eficazmente.

Partamos de un ejemplo. Imaginemos que a una manifestación acuden 123.842 personas y que distintos medios de comunicación hacen aproximaciones redondeadas de este número, como se refleja a continuación:

Valor exacto	Redondeo a la...	Valor aproximado	Cifras significativas que se mantienen	Error absoluto	Porcentaje de aproximación	Porcentaje siempre menor a...
123.842	Centena	123.800	4	42	0,03 %	0,05 %
	Unidad millar	124.000	3	158	0,13 %	0,5 %
	Decena millar	120.000	2	3.842	3,20 %	5 %
	Centena millar	100.000	1	23.842	23,84 %	50 %

Como se muestra en la tabla, una aproximación con 4 cifras significativas es una magnífica aproximación. Si la aproximación mantiene 3 cifras significativas se trata de una buena aproximación. Con 2 cifras significativas la aproximación puede servirnos si no necesitamos ser muy precisos. Sin embargo, una aproximación con una cifra significativa, según los casos, puede ser disparatada.

Esto, a modo de conclusión, puede llevarnos a adoptar una valiosa **regla práctica** de carácter general, considerando dos casos

- Cuando queremos hacer estimaciones aritméticas con una precisión grande:

  1º. Limitar los datos iniciales a tres cifras significativas.

  2º. Comprobar si es coherente el orden de magnitud del resultado.

  3º. Limitar también los resultados a tres cifras significativas.

- Sin embargo, la mayoría de las veces no precisamos tanta precisión, entonces es más práctico:

  1º. ***Limitar los datos iniciales a dos cifras significativas***.

  2º. Comprobar si es coherente el orden de magnitud del resultado.

  3º. ***Limitar también los resultados a dos cifras significativas***.

En cualquier caso la mejor forma de trabajar las estimaciones en las clases es a partir de ejemplos reales. Aquí hemos utilizado los ejemplos con un fin tan sólo explicativo, para que las monitoras y los monitores de educación de personas adultas se hagan una idea sistemática de las posibilidades y ventajas de la estimación. Ahora bien, el uso real de la estimación ha de servir para que las personas adultas entendamos mejor la información que nos llega y las situaciones que vivimos, y para que resolvamos con mayor soltura los problemas con los que nos encontramos cotidianamente o a los que queramos enfrentarnos.

BIBLIOGRAFÍA

SEGOVIA, I. Y OTROS (1989): *Estimación en cálculo y medida.* Madrid: Síntesis.

BUENDÍA, L.; FERNÁNDEZ, A. y RICO, L. (1990): *"Algoritmos y estrategias en la enseñanza del cálculo básico"*. **Revista Investigación Educativa,** vol 8, 15, 51-61. Barcelona: Promoción y publicaciones universitarias.

MABUCHI, S. (1998): *"El aprendizaje oral de los números: un aspecto descuidado tanto en la teoría como en la práctica internacional de la alfabetización de adultos"*. En **Educación de Adultos y Desarrollo**, 51, 133-150. Bonn: Instituto de la cooperación internacional de la asociación alemana para educación de adultos.