



OPERACIONES BÁSICAS

“Existe muy poca gente que no necesite alguna vez leer números, contar, decir la hora o realizar una compra mínima” (Cockroft, 1985:13).

“...usted comenzará a hacer por escrito lo que ya sabe acerca de los números y de las cuentas” (Introducción a un libro sobre Educación de Adultos del Instituto Nacional de Educación de Adultos de México, 1986)

1. INTRODUCCIÓN

El hecho de que apenas existan analfabetos numéricos nos permite entender la importancia de los números y de la realización de operaciones con ellos. Una persona puede no saber leer o escribir pero conoce su sistema monetario, lo que implica entre otras cosas, identificar los diferentes billetes y monedas, comprar, vender, recibir cambios... Esto ha sido a lo largo del tiempo y en todas las culturas una necesidad permanente, motivo más que suficiente para la inclusión del sistema numérico y las operaciones de suma, resta, multiplicación y división en el currículo de la EPA.

Las personas adultas poco o no escolarizadas (o escolarizadas en otro momento de su vida y que han olvidado por falta de uso los conocimientos académicos) generan saberes matemáticos, en forma de algoritmos propios o estrategias personales, que les permiten desenvolverse en su vida cotidiana con más seguridad y autonomía. Estos algoritmos propios deben ser el punto de partida para intentar incorporar algoritmos académicos. El objetivo de esta superación es adquirir herramientas más potentes para enfrentarnos a los problemas de la vida cotidiana.

Es importante tener claro que ni siquiera los algoritmos que se transmiten en el medio escolar son únicos, puesto que incluso dentro de sociedades cercanas geográfica y culturalmente se utilizan métodos diferentes de operar. Por ejemplo en Italia, se utiliza un algoritmo ligeramente distinto para la multiplicación. Si quisiéramos multiplicar 127×5 , colocaríamos como aquí se hace, un número debajo de otro y bajo la línea aparecerían en columnas las cifras: 35 (5×7), 100 (5×20) y 500 (5×100) para después sumarlas y conseguir 635.



$$\begin{array}{r} 127 \\ \times 5 \\ \hline 35 \\ 100 \\ 500 \\ \hline 635 \end{array}$$

La presunción de que las personas adultas ya saben operar tiene muchas implicaciones desde el punto de vista metodológico. Hay que conocer los algoritmos utilizados por el alumnado de EPA, para posteriormente construir una escritura de la operación que refleje al máximo la lógica empleada por ellos.

Además, muchas veces los algoritmos académicos, por el alto grado de sofisticación alcanzado, se alejan de las propiedades internas de las operaciones, olvidando el porqué se hace de esa forma y no de otra y adquiriendo rutinas que pervierten los conceptos. ¿Por qué se deja un espacio en blanco cuando aparece un cero en la multiplicación?, ¿por qué se baja sólo una cifra en la división?, o ¿cómo se explica con la definición de multiplicación (suma de sumandos iguales) la operación $8,21 \times 0,48$ ó 5×0 ?¹

El entorno y el tiempo no sólo hacen variar las operaciones, también transforman las costumbres numéricas. Un billón era casi un número desconocido hace 15 años (y todavía no se sabe muy bien qué es), los decimales apenas se utilizaban hasta la introducción del euro como moneda, la calculadora ha modificado los hábitos numéricos..., y podemos encontrar más ejemplos de cómo el conocimiento aritmético es, como otras disciplinas, un conocimiento situado, asociado al espacio y al tiempo.

Si lo dicho anteriormente se hace explícito en las clases de EPA, se perderá respeto ante el edificio “inexpugnable” de las matemáticas y se valorarán más los algoritmos propios. Estos, además, conservan mejor las propiedades internas y mantienen una

¹ Recomendamos la lectura del artículo de Ramírez y Usón (1996) “...Por los trillados caminos de la aritmética escolar de las cuatro operaciones”. En **SUMA**, 21, 63-71. Zaragoza: ICE de la Universidad de Zaragoza, donde se plantean estas cuestiones y se trabajan distintas formas de hacer las cuatro operaciones básicas. Esto último también se puede encontrar en Ferrero (1982) *Operaciones con números naturales*. Madrid: Acción Educativa



estructura más lógica. Por ejemplo: cuando se hace el producto 5×25 sumando 25 cinco veces se vuelve a la definición de multiplicación; si se multiplica 12×11 sumando 120 y 12 ($12 \times 11 = (12 \times 10) + (12 \times 1)$) se está aplicando de forma implícita la propiedad distributiva del producto respecto de la suma; hacer una división por restas sucesivas, es descender a la idea natural de reparto.

Uno de los problemas más frecuentes en el tratamiento de las operaciones es cómo relacionarlas con su significado. Las operaciones acaban siendo desarrollos numéricos que no se sabe cómo y dónde utilizarlos; como dice el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) “entender una operación es reconocer en situaciones del mundo real las condiciones que indican que en dichas situaciones sería útil tal operación” (1991:41)². Por eso, una vez adquiridos mínimamente los pasos de los algoritmos de cada operación, tiene poco sentido trabajar solo cuentas aisladas, los mismos ejercicios sobre el aprendizaje de la estrategia mecánica se pueden hacer dentro de la resolución de problemas concretos y reales

2. OPERACIONES BÁSICAS

a) Suma y Resta

Siguiendo la idea enunciada anteriormente, el punto de partida será relacionar los algoritmos propios con los académicos, e incorporar estos últimos de manera natural a partir de la comprobación de los límites de sus estrategias a la hora de enfrentarse con situaciones más complejas.

- 1) La mayoría de los procedimientos propios utilizados para la suma van de izquierda a derecha. No vendría mal comenzar presentando el algoritmo académico de la suma como mera expresión escrita de la operación y colocando el resultado obtenido mentalmente en el lugar que le corresponde. Por ejemplo, plantearíamos la siguiente cuestión:

² NCTM (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS) (1991): *Estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación de Matemática Thales



“En el aula estamos 25 mujeres y 12 hombres, ¿cuántos somos en total?” El resultado, 37, obtenido mediante cálculo mental, lo darían oralmente.

Entonces colocaríamos en el papel el 25, debajo el 12, una raya y posteriormente el 37.

Se haría de izquierda a derecha introduciendo la escritura de los números tal y como se hace en el procedimiento académico

$$\begin{array}{r} 25 \\ 12 + \\ \hline \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} 25 \\ 12 + \\ \hline 37 \end{array}$$

2) A continuación relacionaríamos su forma de calcular con la mecánica del algoritmo escolar.

- Suma de izquierda a derecha.

$$25 + 12 \quad \longrightarrow \quad (20+10) + (5+2) = 37$$

$$216 + 153 \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} (200+100) + (10+50) + (6+3) = 369 \\ \text{ó} \\ (200+150) + (16+3) = 369 \end{array}$$

- Colocar el resultado obtenido mentalmente en el lugar correspondiente.

$\begin{array}{r} 216 \\ 153 + \\ \hline 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 216 \\ 153 + \\ \hline 36 \end{array}$	$\begin{array}{r} 216 \\ 153 + \\ \hline 369 \end{array}$
---	--	---


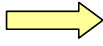
3) El paso siguiente sería ver las limitaciones de sus cálculos al encontrarnos con sumas donde hay que llevarse (aquellas que implican cambios en órdenes de unidades), y donde aparecen los límites de sus estrategias.

Partiendo de estos procedimientos propios, podemos llegar a la conclusión de que al realizar los cálculos por escrito y de derecha a izquierda se amplían las posibilidades de avanzar en el uso de la suma.

Con respecto a la resta, la mayoría de los algoritmos generados por las personas adultas consisten en la búsqueda de lo que hace falta para completar la cantidad de la cual se está restando³:

20 menos 18  ¿cuánto tengo que añadir a 18 para obtener 20?

De hecho, ante la situación real de pagar una compra, al recibir el cambio que sobra vamos efectuando sumas hasta llegar al importe entregado:

Importe de la compra		23 €
Entregamos		50 €
Nos devuelven:		
• 2 €		23+2=25
• 5 €		25+5=30
• 20 €		30+20=50 € que habíamos entregado

A la hora de trabajar con las diferentes operaciones básicas, una vez identificados los algoritmos propios de las personas adultas, se generaría un lenguaje escrito que los represente.

Utilizando el ejemplo anterior, podríamos aproximarnos al algoritmo escolar escribiendo las cifras que hemos calculado mentalmente:

Tengo 50€	50
Me he gastado	23

Me quedan	27 €

³ Se puede encontrar un desarrollo más detallado de esta idea en el trabajo de G. Mariño (1990:151-157) "La Enseñanza de la Matemática con los Adultos de los Sectores Populares" Bogotá: Cleba.



El aspecto más complicado a la hora de comprender este algoritmo nos lo encontramos en las restas con “llevadas”, de las más difíciles de entender de todas las operaciones, es decir, cuando la cifra del sustraendo es mayor que la correspondiente en el minuendo (de 4 a 3). En estos casos, el ábaco es un elemento manipulativo que nos permite ver de forma clara la descomposición de los números y el porqué en vez de decir “de 4 a 3” se enuncia “de 4 a 13”.

Todos los algoritmos propios para la suma y la resta tienen en cuenta que el número está hecho de partes y que se puede operar con cada una de las partes por separado, es decir, utilizan las propiedades conmutativa y asociativa. La diferencia está en que las agrupaciones (asociaciones) se producen de forma distinta. Por ejemplo para restar 300 menos 15, en el algoritmo propio 300 se descompone en 200+100 y a esos 100 le quitamos 15, primero 10 y luego 5:

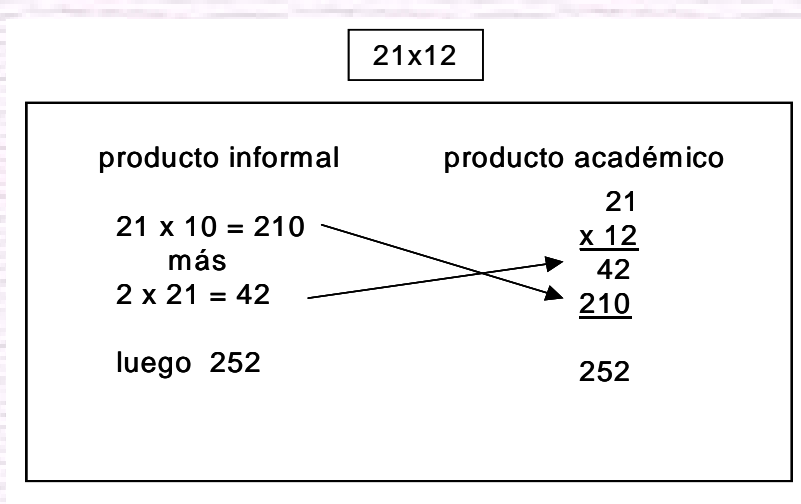
$$200+((100-10)-5)$$

Sin embargo en el algoritmo académico escrito, la descomposición será 290+10 para poder empezar haciendo 10 menos 5:

$$(290+(10-5))-10$$

b) Producto

Recordar que el producto es una manera abreviada de realizar sumas en las que se repite un número determinado de veces el mismo sumando. También en el producto se puede relacionar el algoritmo académico con el informal.





Como se puede apreciar, ambos algoritmos recurren a la propiedad distributiva, y en este caso concreto, la utilizan con las mismas agrupaciones aunque con orden distinto; en el producto informal $21(10+2)$ y en el producto académico $21(2+10)$, luego hay que basarse en unos para aprender otros.

El uso de las propiedades anteriores nos ayuda a considerar que la comprensión aritmética de los no escolarizados que utilizan este tipo de procedimientos es más elevada de lo que aparentemente parecía.

c) División

En el caso de la división muchos algoritmos propios del alumnado se basan en el método de restas sucesivas. Con esta operación se intenta dar estructura formal a una acción que realizan habitualmente: repartir (botones sobre una mesa, dinero entre muchos...). De esta forma nos acercamos de forma intuitiva a la idea de la división como reparto.

División por restas sucesivas	
$\begin{array}{r} 27 \\ -7 \\ \hline 20 \\ -7 \\ \hline 13 \\ -7 \\ \hline 6 \end{array}$	<p>El cociente será el número de veces que he restado 7, en este caso 3.</p>

Como aportación final a las sugerencias anteriores, se añaden algunos comentarios más concretos sobre el tratamiento de las operaciones básicas en Educación de Personas Adultas:

- En la EPA, se puede simultanear el estudio de los números con el aprendizaje de las operaciones.
- Ante un problema de cálculo: si es sencillo se intenta primero resolver de forma mental, si es complicado se puede recurrir al lápiz y papel o en mayor medida a la



calculadora. Esta estrategia generalizada debería implicar la desaparición de operaciones largas con números grandes, decisión aceptada en otros niveles de enseñanza aunque muchas veces no se lleve a la práctica. En la EPA tenemos la obligación de elegir, dado el exceso de contenidos y la premura de tiempo. Habría que ir un poco más lejos y poner en tela de juicio si conviene aprender en los niveles básicos, por ejemplo, el algoritmo de división por dos cifras, raramente utilizado, bastante más difícil que la división por una cifra y alejado del concepto de reparto.

- No es conveniente usar las operaciones horizontales del tipo $31+15=46$, no aportan significados nuevos y suponen más dificultad, se suelen introducir en el curriculum pensando en las expresiones algebraicas de las ecuaciones que puedan aparecer en un posible futuro académico.
- En cuanto a las fracciones, en la aritmética cotidiana empleada por la mayor parte de las personas adultas, éstas sólo aparecen para dar una visión rápida de la parte respecto del total (las dos quintas partes de algo) o como submúltiplos de unidades de medida (tres cuartos de kilo o cuarto y mitad de queso), además, casi siempre el denominador suele ser un número menor que diez. Este uso sí se debe apoyar desde la EPA. Pero raras veces se usan fracciones más complicadas. En ese caso, o cuando se opera entre ellas, se pasa previamente a números decimales. La tendencia a utilizar fracciones está motivada por dos cuestiones distintas que poco tienen que ver con la vida cotidiana pero son llevadas a cabo debido a otros criterios: en primer lugar realizar cálculos posteriores, ecuaciones por ejemplo, y en segundo lugar mantener la exactitud de los resultados. ¿Cuándo fue la última vez que multiplicaste quebrados fuera de clase?

3. CALCULADORA

No parece razonable hoy negar la presencia de las calculadoras en la vida diaria: son baratas, se llevan en cualquier sitio, no siempre son necesarias las pilas, e incluso pueden venir en los teléfonos y en los relojes. Sin embargo, muchas veces siguen teniendo un lugar anecdótico en la vida académica de las personas adultas.

El uso de la calculadora en las clases de EPA resulta imprescindible incluso en los niveles más bajos. No sólo se puede enseñar a sacar mayor partido a la calculadora



para el uso personal, también se deben aprovechar sus aplicaciones didácticas. La calculadora nos libera del aprendizaje de mucha matemática tediosa centrandó la atención en el significado de las operaciones, ayuda a comprobar resultados, a recordar signos aritméticos, a perder el miedo ante otros aparatos semejantes (cajeros automáticos, ordenadores...).

Incluso las personas mayores no familiarizadas con el mundo tecnológico acogen sin recelo su uso, no encontrando graves problemas en su manejo. Hemos comprobado en la práctica que la mayoría de las personas que asisten a las clases de cursos básicos de EPA, disponen y utilizan calculadora en su casa, aunque no todo lo que es deseable.

4. BIBLIOGRAFÍA

- PLAZA, P. y otros (2004): *Matemáticas Críticas y Transformadoras en la Educación de Personas Adultas*. Málaga: Aljibe.
- MARIÑO, G. y otros (1990): *La enseñanza de la matemática con los adultos de los sectores populares*. Bogotá: Cleba
- RAMÍREZ MARTÍNEZ, A. Y USÓN, C. (1996): "...Por los trillados caminos de la aritmética escolar de las cuatro operaciones". En **SUMA**, 21, 63-71. Zaragoza: ICE de la Universidad de Zaragoza
- FERRERO, L. (1982): *Operaciones con números naturales*. Madrid: Acción Educativa